算数オンライン塾 12 月 2 日の問題　解説

（解説）

（１）１から 100 までの間に９の倍数は９から 99 まで 11 個あります。

小さい数を１とすれば、1 と９の倍数の差になるような数は 10 から 100 まで 11 個あります。

小さい数を２とすれば、99 がなくなるので 10 個になります。

次に減るのは 90 でこれは 11 のときですから２～10 までは 10 個あります。

次に減るのは 81 で、これは 20 のときですから 11～19 までは９個あります。

次に減るのは 72 で、これは 29 のときですから、20～28 までは８個あります。

これを表にすると、

差	9～99	9～90	9～81	9～72	9～63	9～54
個数	11個	10個	9個	8個	7個	6個
小さい方の整数	1	2～10	11～19	20～28	29～37	38～46
合計	11通り	9×10＝90個	9×9＝81個	8×9＝72個	7×9＝63個	6×9＝54個

差	9～45	9～36	9～27	9～18	9
個数	5個	4個	3個	2個	1個
小さい方の整数	47～55	56～64	65～73	74～82	81～91
合計	5×9＝45個	4×9＝36個	3×9＝27個	2×9＝18個	1×9＝9個

したがって 11＋9×（1＋2＋･･･＋10）＝11＋9×55＝11＋495＝506

（答え）506 通り

（２）

問 1、一番小さい数を【1】とすると【1】、【1】＋1、【1】＋2、【1】＋3＝【4】＋6 ですから、【4】＋6＝18 となるので、【1】＝（18－6）÷4＝3

（答え）3

問 2、

２個連続する整数は【2】＋１→３・５・７・９･･･３以上の奇数

ここで３以上の奇数はすべて連続する整数の和として表せます。

３個連続する整数は【3】＋１＋2＝【3】＋３　→6・９・12・15・18・21・24･･･

より、ここでは奇数で割り切れる偶数はすべて連続する整数の和として表せます。

残るのは１と奇数で割り切ることのできない偶数です。

１、2、4、8、16、32、64　これをのぞきますから 100－7＝93 個

（答え）93 個

算数オンライン塾 12 月 2 日の問題　解説

（おまけの解説）
１と、２の階乗となる整数は、自然数の和で表すことができません。
同じことですが、
連続する整数の和で表せる数は必ず奇数で割り切れなければなりません。

これを証明すると、
一番小さい数ｍから、奇数個（２×ｎ＋１個）つながった連続する整数を考えると、その最大の数はm＋2×ｎになるので、
和は（m＋m＋２）×（2×ｎ＋１）÷２＝（m＋１）×**（2×ｎ＋1）**
となって必ず奇数で割り切れます。

一方、偶数個（２×ｎ＋２個）つながった連続する整数を考えるとその最大の数は
m＋２×ｎ＋１になるので、
和は（m＋m＋２×ｎ＋１）×（２×ｎ＋１＋１）÷２
＝（２×m＋２×ｎ＋１）×（ｎ＋１）
＝**{2（m＋ｎ）＋1}**（ｎ＋１）となりやはり、奇数で割れなければなりません。

まあ、これは、数学の証明であることは間違いないわけです。

ただ、この問題は、そういう証明をしろといっているわけではなく、表せる数は何個か？と聞いているわけで、多少、作業をしていると、１と２の階乗が残る、ということは見当がつくだろう、ということを意図していると思います。過去中学入試で出題された問題です。