

(解説)

①

素数7個の整数の積

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 192$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 288$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 320$$

素数8個の積

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 256$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 384$$

素数9個の積

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 512$$

より、小さい順に書き並べると

128、192、256、288、320 と 320 になります。

(答え) 320

②

素数7個の場合

$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2187$ $2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 1458$ より2を2個使わないと1000以下の整数は作れません。

$$2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 972$$

したがって2を2個以上使って、972以上の整数を作ることができるかを考えます。

$1000 \div 2 \div 2 = 250$ ですから、 $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$ より大きく250以下の整数を素数分解すると、

$$250 = 2 \times 5 \times 5 \times 5 \quad 249 = 3 \times 83 \quad 248 = 2 \times 2 \times 3 \times 31 \quad 247 = 13 \times 19$$

$$246 = 2 \times 3 \times 41 \quad 245 = 5 \times 7 \times 7 \quad 244 = 2 \times 2 \times 61 \quad \text{となり}$$

5つの素数の積は存在しません。したがって7個の場合の最大は=972です。

素数8個の場合

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 1296$ より2を5個使わなければなりません。

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ より残り3つの積は $A \times B \times C \leq 31$ から

$A \times B \times C = 30$ が最大になるので、 $32 \times 30 = 960$ が最大です。

素数9個の場合

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 512 \quad 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 768$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 1152$$

で768が一番大きくなります。

素数10個の場合

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1024$$

となり、これ以上はありません。

したがって一番大きい数は972

(答え) 972