

確認問題

1

- (1) 120 の約数の個数は何個ですか。
- (2) 36 と 120 の最大公約数はいくつですか。
- (3) 75 を割って 3 あまる整数をすべて求めなさい。
(式と考え方)

(1) () (2) ()

(3)

2

- (1) 1 以上 30 未満の素数をすべて答えなさい。
- (2) 1 ケタの2つの素数 A と B の積で表すことのできる整数をすべて答えなさい。
(式と考え方)

(1)

(2)

3

120 に最も小さな整数をかけて同じ整数の積（平方数といいます。例えば $2 \times 2 = 4$ なので4は平方数です。）にします。かける整数を答えなさい。

（式と考え方）

4

20 より小さい2ケタの整数 A があります。120 を A でわると6あまりです。200 をこの整数 A で割るといくつあまりですか。

（式と考え方）

5

80の約数の集まりをA、100の約数の集まりをBとします。

- (1) AとBどちらにも入る整数をすべて答えなさい。
 - (2) (1)の数の中でもっとも大きな数はいくつですか。
 - (3) AとBにふくまれるすべての整数の中で大きい方から数えて3番目の数を答えなさい。
- (式と考え方)

(1)

(2) () (3) ()

6

180個のみかんを何人かの子どもたちに等しく分けたところ、4個あまりました。

- (1) 子どもの人数は何人ですか。考えられる人数をすべて答えなさい。
 - (2) この子どもたちにさらに60個のりんごを分けたところ、1人1個以上もらえ、5個のりんごがあまりました。子どもの人数は何人ですか。
- (式と考え方)

(1)

(2)

応用問題

1

横の長さ 228 cm たての長さが 156 cmの長方形の紙があります。これを1辺の長さが整数になる同じ正方形に切り分けていきます。正方形の1辺の長さが一番大きくなるように切り分けたとき、正方形は何個できますか。

(式と考え方)

2

面積が 156 cm^2 の長方形を考えます。この辺の長さが整数で和が一番短くなるようにするとき、辺の長さの和は何cmになりますか。

(式と考え方)

3

ある整数で94を割っても159を割っても3あまるそうです。

この整数が素数であるとき、この整数をすべて求めなさい。

(式と考え方)

4

2以上150以下の整数 n に対して、 $\langle n \rangle$ は n の約数の中で2番目に大きい整数を表すことにします。たとえば、6の約数は1、2、3、6なので $\langle 6 \rangle = 3$ であり、7の約数は1、7なので $\langle 7 \rangle = 1$ です。

2以上150以下のすべての偶数 n に対する $\langle n \rangle$ の和、すなわち、 $\langle 2 \rangle + \langle 4 \rangle + \langle 6 \rangle + \dots + \langle 150 \rangle$ を求めなさい。

(式と考え方)

5

1以上の2つの整数に対し、それぞれの数をそれらの最大公約数で割った商の和を計算することを考えます。例えば18と12の最大公約数は6なので、 $18 \div 6 + 12 \div 6 = 3 + 2 = 5$ となります。このことを $[18, 12] = 5$ と表すことにします。

以下の問いに答えなさい。

(1) $[(ア), (イ)] = 8$ となるような整数(ア)、(イ)で、(ア)、(イ)の和が16になるようなものを4つ答えなさい。

(2) $[12, (ウ)] = 8$ を満たす整数(ウ)を2つ答えなさい。
(式と考え方)

(1)

(2)

確認問題

(解説と解答)

1

(1) (答え) 16個

120 = 2 × 2 × 2 × 3 × 5 ですから、小さい順に書き出していきます。

1、2、3、4、5、6、8、10、12、とここまで書きだすと 10 × 12 = 120 になっているので、あとは8以下の整数の相手を考えれば良いことになります。

1、2、3、4、5、6、8、10、12、15、20、24、30、40、60、120 となるので、16個になります。

(保護者のみなさまへ)

約数の個数については、素因数分解と場合の数の考え方を使って求める方法があります。

120 = 2 × 2 × 2 × 3 × 5 となります。約数はこのどれかを使うことになるので、2の使い方は使わない場合をふくめて4通りあります。

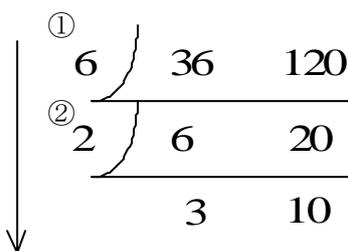
3の使い方は使わない場合をふくめて2通り

5の使い方も使わない場合をふくめて2通り

したがって約数は 4 × 2 × 2 = 16 個と求めることができます。

2も3も5も使わないというのは約数1のことです。

(2) (答え) 12



左の図のように計算できます。

したがって最大公約数は 12 です。

(答え) 12

$$6 \times 2 = 12$$

(3) (答え) 4、6、8、9、12、18、24、36、72

$75-3=72$ ですから 72 の約数になりますが、3あまるので3より大きくなければなりません。

$72=2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ ですから 72 の約数は

1、2、3、4、6、8、9、12、18、24、36、72 ですから
4、6、8、9、12、18、24、36、72 になります。

2

(1) (答え) 2、3、5、7、11、13、17、19、23、29

素数に1は入りません。30未満の素数は以下の通りになります。

2、3、5、7、11、13、17、19、23、29

(2) (答え) 6、10、14、15、21、35

(1) から1ケタの素数は2、3、5、7の4つです。これを組み合わせて積を作ります。まず2から

$$2 \times 3 = 6 \quad 2 \times 5 = 10 \quad 2 \times 7 = 14$$

次に3ですが3より大きな数との積を考えることでだぶらなくなります。

$$3 \times 5 = 15 \quad 3 \times 7 = 21$$

最後に $5 \times 7 = 35$

したがって答えは6、10、14、15、21、35の6つになります。

3 (答え) 30

$120=2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$ です。相手がいないのは2、3、5ですから

$2 \times 3 \times 5 = 30$ をかけると平方数になります。

$$120 \times 30 = 3600 = 60 \times 60 \text{ です。}$$

4 (答え) 10

$120-6=114$ ですから A は6より大きな114の約数になります。

$114=2 \times 3 \times 19$ ですから約数は

1、2、3、6、19、38、57、114 となるので20より小さい2ケタの整数は19です。

$200 \div 19 = 10 \cdots 10$ より答えは10です。

5

(1) (答え) 1、2、4、5、10、20

80の約数は $80=2\times 2\times 2\times 2\times 5$ ですから

1、2、4、5、8、10、16、20、40、80の10個です。

一方100の約数は $100=2\times 2\times 5\times 5$ ですから

1、2、4、5、10、20、25、50、100の9個です。

したがって共通なのは1、2、4、5、10、20の6個です。

(2) (答え) 20

(1) で一番大きな数は20です。

(3) (答え) 50

1、2、4、5、8、10、16、20、25、40、50、80、100となるので
大きい方から数えて3番目は50です。

6

(1) (答え) 8、11、16、22、44、88、176

$180-4=176$ ですから子どもの人数は176の約数になり、4より大きくなります。

$176=2\times 2\times 2\times 2\times 11$ なので

約数は1、2、4、8、11、16、22、44、88、176なので4より大きいのは8、11、16、22、44、88、176

(2) (答え) 11人

今度は $60-5=55$ の約数で5より大きい数です。

$55=5\times 11$ ですから約数は1、5、11、55 したがって共通な数は11です。

応用問題

(解説と解答)

① (答え) 247 個

228 と 156 の最大公約数と求めればよいので

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{1} \\
 \begin{array}{r}
 4 \overline{) 228 \quad 156} \\
 \hline
 \textcircled{2} \\
 3 \overline{) 57 \quad 39} \\
 \hline
 19 \quad 13
 \end{array} \\
 \downarrow \\
 4 \times 3 = 12
 \end{array}$$

左の式から最大公約数は 12

したがって正方形は $19 \times 13 = 247$ 個できます。

(答え) 247 個

② (答え) 50cm

$156 = 2 \times 2 \times 3 \times 13$ なので約数は

1、2、3、4、6、12、13、26、39、52、78、156 となります。

したがって考えられる長方形は

1×156 、 2×78 、 3×52 、 4×39 、 6×26 、 12×13

周の長さが一番長いのは 1×156 の 314cm、逆に一番短いのは 12×13 の 50 cm になります。 $(12 + 13) \times 2 = 50$ cm

③ (答え) 13

$$94 - 3 = 91 \quad 159 - 3 = 156$$

91 と 156 の公約数を見つけるわけですが、この見つけ方として差をとるやり方があります。2つの数の差も同じ約数で割れます。

$156 - 91 = 65$ ですから5で割れます。

$65 \div 5 = 13$ で公約数が見つかるでしょう。

$91 = 7 \times 13$ $156 = 2 \times 2 \times 3 \times 13$ ですから最大公約数は 13 です。

④ (答え) 2850

偶数を並べてみましょう。

$$\begin{aligned}
 \langle 2 \rangle = 1 \quad \langle 4 \rangle = 2 \quad \langle 6 \rangle = 3 \quad \langle 8 \rangle = 4 \quad \langle 10 \rangle = 5 \quad \dots \quad \langle 148 \rangle = 74 \\
 \langle 150 \rangle = 75
 \end{aligned}$$

偶数ですから必ず2で割れて、2で割った商が $\langle n \rangle$ になるので

$$1 + 2 + 3 + \dots + 75 = (1 + 75) \times 75 \div 2 = 2850 \quad \text{となります。}$$

5 (1) (答え) (2, 14) (14, 2) (6, 10) (10, 6)

最大公約数で割っているので、2つの商に公約数はありません。

(1) したがって8は(7, 1)か(5, 3)のどちらかしかないのです。しかも(ア)、(イ)の和が16ですから最大公約数は2であることがわかります。

考えられるのは

(2, 14) (14, 2) (6, 10) (10, 6) の4つになります。

(2) (答え) 20, 84

同様に[12, (ウ)]=8 も2つの商は(7, 1)か(5, 3)しかありません。12は7でも5でも割れませんから、12が該当するのは1か3になります。

(84, 12)か(20, 12)のいずれかになるのでウは20, 84になります。