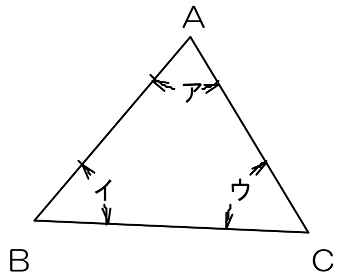
第４回　図形の問題２

1　三角形といろいろな四角形

（1）三角形とは



右図のように３本の直線で囲まれた図形のことを三角形といいます。
それぞれの直線を辺といいます。
また辺と辺が交わっているところを頂点といいます。この頂点に記号をつけます。右の図の場合は A、B、C という記号がついていますね。

そして算数の問題ではこの三角形を三角形 ABC という呼び方をします。

また辺は２つの頂点ではさまれていますから、その２つの頂点の記号を使ってあらわします。たとえば頂点 A と頂点 B を結ぶ辺は辺 AB とあらわします。

三角形には３つの角があります。これは頂点のところにあるので、頂点の記号を使って図のアの角度は角 A とあらわします。

また、辺 AB と辺 AC で作られているので、アの角度は角 BAC ともあらわします。この場合、頂点 A の角度ですから A は必ず真ん中におくことをわすれないでください。したがって角イは角 ABC であり、角ウは角 ACB とあらわすことになります。

さて三角形の角度にはいくつかの性質があります。

①　内角の和は 180 度になる。

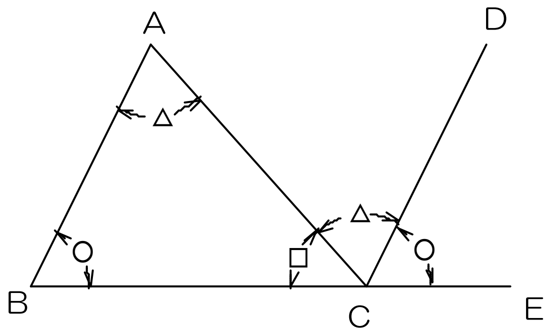
三角形にできる内側の角を内角といいます。上の図の三角形でいえば、角

ア、角イ、角ウがそれぞれ内角です。角ア＋角イ＋角ウ=180°ということになります。

（内角の和が 180 度になる理由）

右図を見てください。今三角形 ABC があります。

点 C から AB に平行な直線を引きその先を D とします。また辺 BC を伸ばしてその先を E とします。



このとき角 ABC（図の○）は角 DCE に等しく（同位角）、また角 BAC（図の△）は角 ACD に等しくなります。（錯角）。

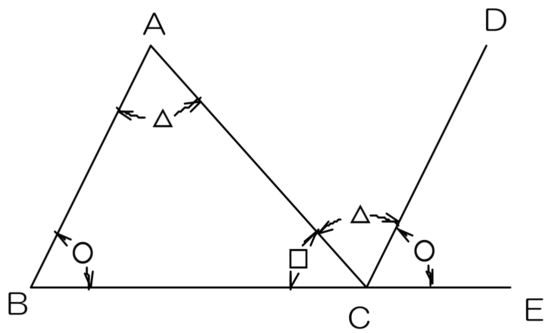
したがって□、△、○が一直線になるので合計は 180 度ということになります。

② 三角形の外角は他の２角の和に等しい。

右図で角 ACE のことを角 C の外角といいます。

つまり内角＋外角＝180°になるのです。

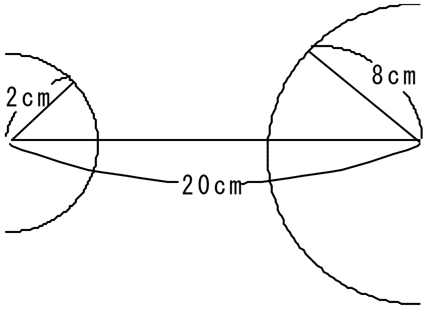
角 C の外角は角 ACE になりますが、これは角 A と角 B の合計（図の△＋○）に等しいことがわかります。



したがって三角形の外角は他の２つの内角の和に等しいということになります。

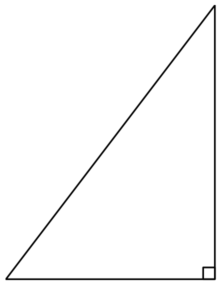
③　三角形の１辺の長さは他の２辺の長さの和より短い。

右図のように長さ 20cm に２cm と８cm の辺を使って三角形を作ろうとしても２つの長さはどこにも重なりせん。
したがって三角形の１辺の長さは他の２辺の長さよりも必ず短くなります。



（２）いろいろな三角形

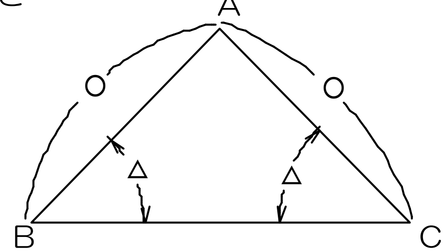
三角形にはいくつか、特徴のある三角形があります。
①　直角三角形
ひとつの内角が 90°になる三角形を**直角三角形**といいます。



直角三角形

②　二等辺三角形
２つの辺の長さが等しい三角形を二等辺三角形といいます。
右の図の場合、辺 AB と辺 AC の長さが等しくなります。
このとき角 ABC と角 ACB は等しくなります。

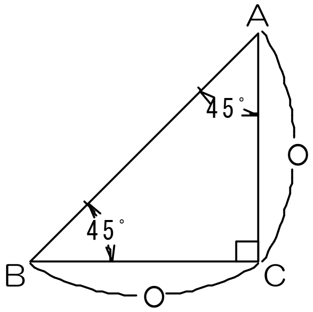
逆に角 ABC と角 CBA が等しいとき、二等辺三角形になります。



二等辺三角形

③　直角二等辺三角形

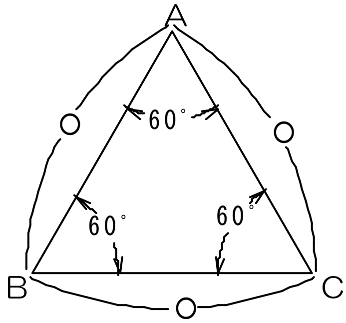
１つの角が直角で、２つの辺の長さが等しい三角形を直角二等辺三角形といいます。みなさんが使う三角定規のひとつはこの形です。
右図で辺 AC と辺 BC の長さが等しくなり、角 ACB が直角になっています。
三角形の内角の和は 180°ですから、ひとつの角が 90°ですと、残りは 180－90＝90°になります。残りの２つの角は等しいので
90÷２＝45°ということになります。



直角二等辺三角形

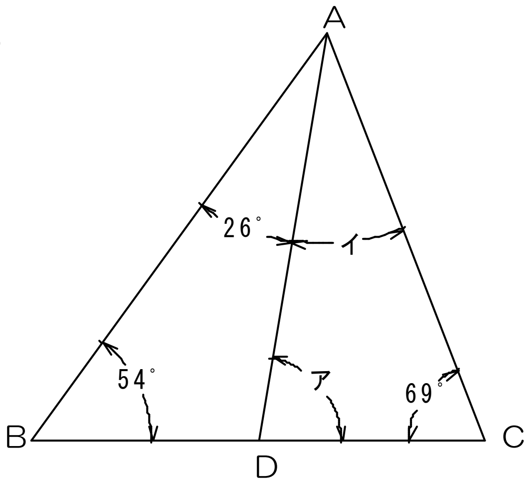
④　正三角形

すべての辺の長さが等しい三角形を正三角形といいます。
正三角形は３つの角がすべて等しくなります。
180÷３＝60°ですから、それぞれの角は 60°になります。



正三角形

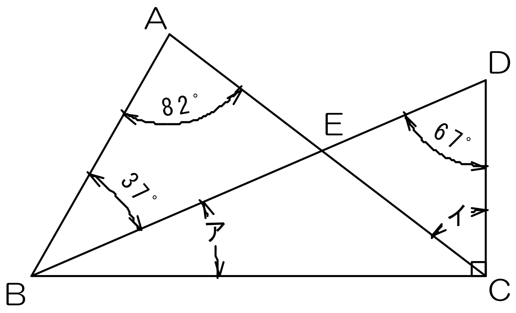
（例題１）
右図のように三角形 ABC が辺 AD で２つに分けられています。
このとき図のアとイの角度を求めなさい。



（解説と解答）
三角形 ABD において、角 ADC は角 ADB の外角になります。したがってアは 54＋26＝80°になります。
また三角形 ADC においても内角の和は 180°ですから、イは
180－80－69＝31°になります。

（答え）ア　80°　イ　31°

（例題２）
右の図で三角形ＣＤＢは直角三角形です。図のアとイの角度を求めなさい。



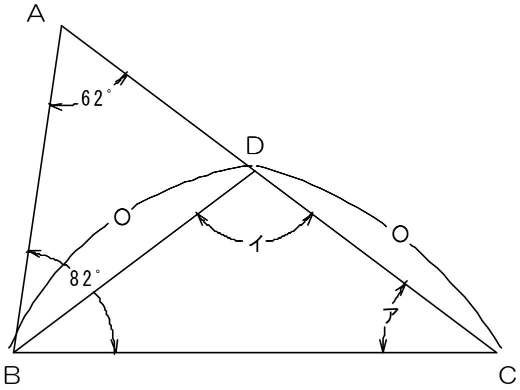
（解説と解答）
アは三角形ＢＤＣが直角三角形ですから、180－90－67＝23°になります。

角ＢＥＣは角ＡＥＢの外角になりますから、82＋37＝119°です。これが角ＥＤＣと角ＥＣＤの和になりますから、119－67=52°がイになります。

（答え）ア　23°　　イ　52°

（緑板問題１）

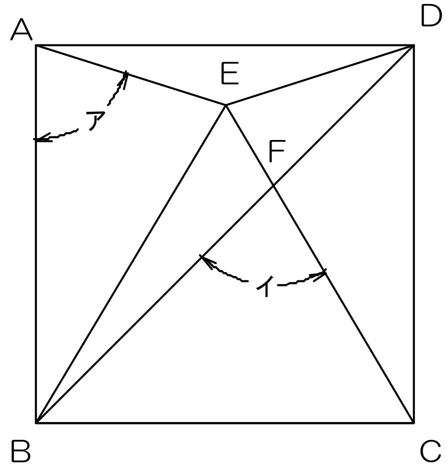
右図のような三角形ＡＢＣがあります。三角形ＢＤＣは辺ＢＤ＝辺ＤＣの二等辺三角形です。
このとき、図のアとイの角度を求めなさい。



ア（　　　　　　）　イ（　　　　　　）

（解説ノート）

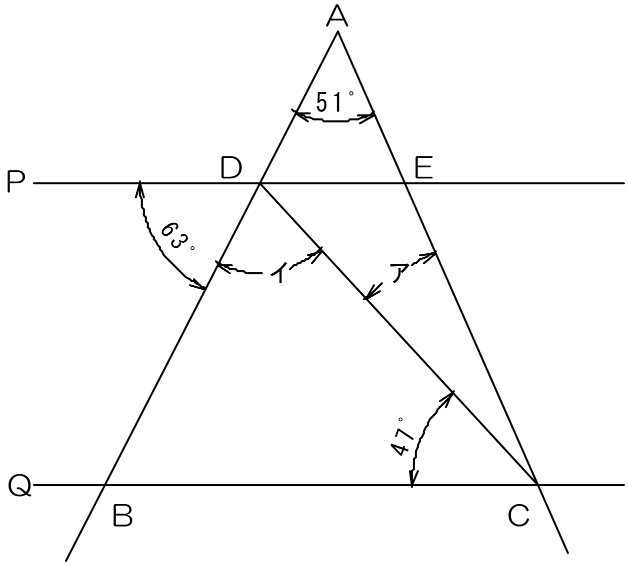
（緑板問題2）
右図は正方形ABCDの中に
BEを1辺とする正三角形
EBCが書かれています。
図のアとイの角度を求めなさい。
（式と考え方）



ア（　　　　　　）　イ（　　　　　　）

（解説ノート）

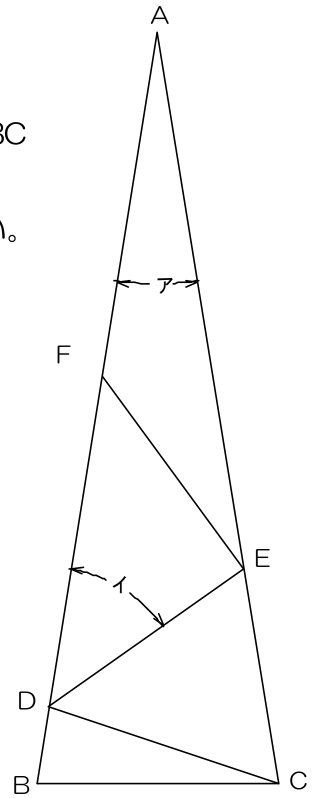
（緑板問題３）
右図で直線Ｐと直線Ｑ
は平行です。
図のアとイの角度を
求めなさい。
（式と考え方）



ア（　　　　　　）　イ（　　　　　　）

（解説ノート）

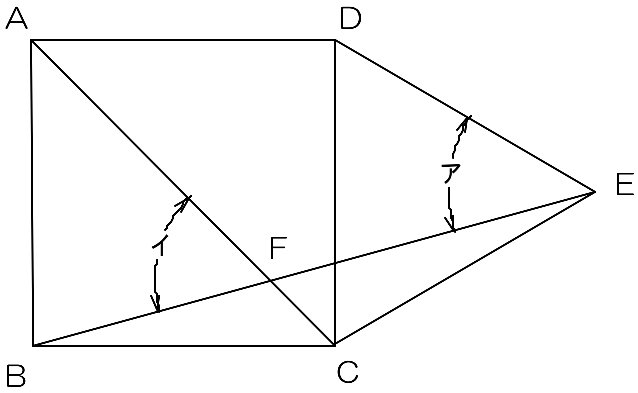
（緑板問題４）
右図で三角形ABCはAB＝ACの
二等辺三角形です。
また辺AF＝辺FE＝辺ED＝辺DC＝辺BC
になっています。
このとき、図のアとイの角度を求めなさい。
（式と考え方）



ア（　　　　　　　）　イ（　　　　　　　）

（解説ノート）

（緑板問題５）
正方形 ABCD に CD を１辺とする正三角形 CDE があります。
このとき図のアとイの角度を求めなさい。
（式と考え方）



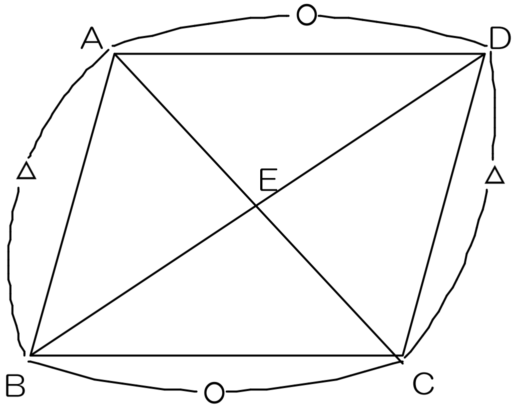
ア（　　　　　　　）　イ（　　　　　　　）

（解説ノート）

４　いろいろな四角形とその面積

（１）平行四辺形

向かい合う二組の辺が平行な四角形を平行四辺形といいます。
右図の四角形 ABCD が平行四辺形です。
辺 AD と辺 BC が平行、
辺 AB と辺 DC が平行
になっています。
このとき、辺 AB と CD の長さは
等しく（図の△の長さ)、また
辺 AD と辺 BC（図の○の長さ）も
等しくなります。



さらに向かい合う角度はそれぞれ
等しくなります。
すなわち角 DAB＝角 BCD、角 ABC＝角 ADC です。
そして、角 DAB と角 ABC を加えると 180°になります。

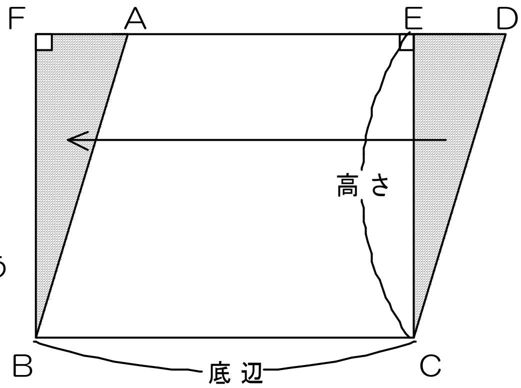
また対角線 BD と AC は互いに真ん中の点を通ります。
ですから辺 AE＝EC となり、また辺 BE＝ED となります。

以上を整理すると平行四辺形の特徴は以下の４つになります。

①　２組の辺が平行である。
②　２組の辺の長さが等しくなる。
③　向かい合う角度は等しい。
④　対角線はたがいの真ん中で交わる。

ということになります。正方形や長方形も平行四辺形のなかまです。

（２）平行四辺形の面積



右のような平行四辺形 ABCD
を考えます。
そして C から辺 AD に垂直
に線を引き、交点を E とします。
このとき斜線の三角形を図のよう
に動かすと平行四辺形は
長方形になります。
これは AB と CD が平行で長さが等しく、また EC と FB が同じ長さですから、できることです。
このとき図の長方形 FBCE の面積は BC×EC で求めることができます。

平行四辺形において BC の長さのことを**底辺**、EC の長さのことを**高さ**といいます。

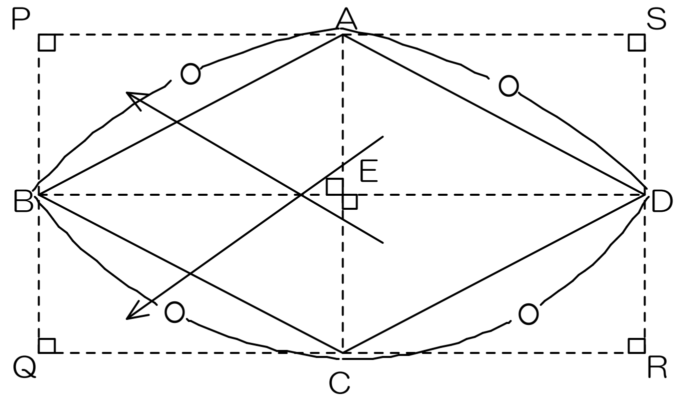
したがって平行四辺形の面積は

底辺×高さ

で求めることができるわけです。

（２）ひし形とその面積

四角形のうち、４つの辺の長さがすべて等しい形のことをひし形（ひしがた）といいます。ひし形は平行四辺形でもあります。また、正方形はひし形のなかまです。



図の四角形 ABCD がひし形です。辺 AB＝辺 BC＝辺 CD＝辺 DA（図の○の長さ）です。このとき対角線 BD と AC は他の平行四辺形と同じく、互いに真ん中の点を通りますが、**ひし形は対角線が垂直に交わります。**

さて、ひし形の面積はどう求めればいいでしょうか？

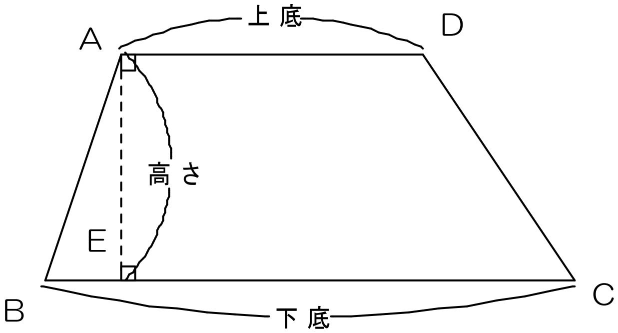
図のようにひし形 ABCD を囲むような長方形 PQRS を書きました。
このとき、三角形 AED を三角形 BQC にうつし、三角形 ECD を三角形 PBA にうつせば、ひし形の面積は長方形 PQCA と同じになります。長方形 PQCA は長方形 PQRS の半分ですから、QR×RS÷２で求めることができます。
QR、RS とも対角線ですから、ひし形の面積は

対角線×もうひとつの対角線÷２

で求めることができます。

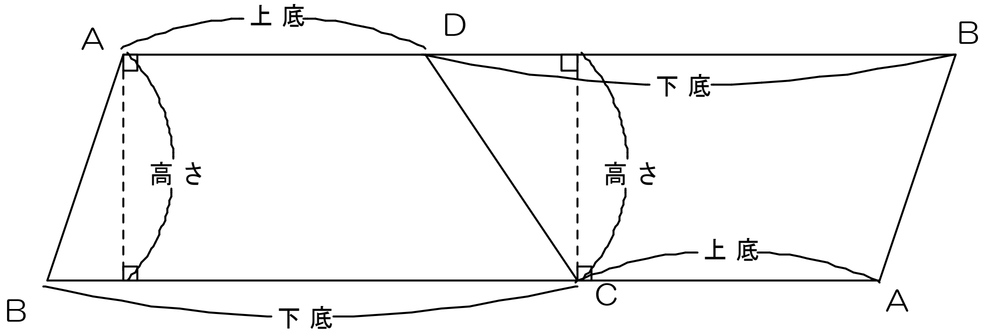
（３）台形とその面積

四角形の中で一組の辺が平行なものを台形（だいけい）といいます。



平行な辺のうち、上の辺を上底（じょうてい）、下の辺を下底（かてい）といいます。また上底と下底の間のきょりを高さといいます。図の台形の場合、A から辺 BC に垂直に線をひき、その交点を E とするとき、AE の長さを高さといいます。

では、台形の面積はどう求めればいいでしょうか。

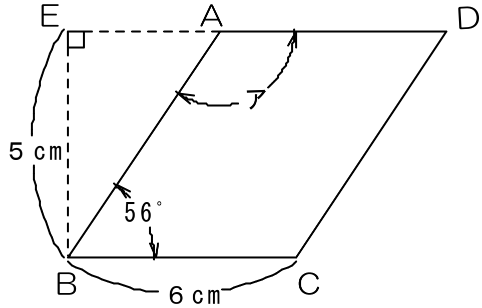


上の図は台形 ABCD をひっくり返して、辺 CD をかさねたものです。えできあがった四角形は平行四辺形になります。
底辺の長さは図から上底＋下底であることがわかりますから、この平行四辺形の面積は（上底＋下底）×高さです。台形はその半分ですから、
（上底＋下底）×高さ÷２で求めることができるわけです。

（例題１）
次の各問いに答えなさい。
（１） 底辺の長さが８cm、面積が 48cm^2 の平行四辺形の高さは何 cm ですか。
（２） ２本の対角線の長さが 12cm、８cm のひし形の面積は何 cm^2 ですか。
（３） 上底の長さが８cm、高さが 10cm、面積が 100cm^2 の下底の長さは何 cm ですか。

（解説と解答）
（１）平行四辺形の面積は底辺×高さで求めることができます。面積が 48cm^2 ですから、48÷８＝６cm　（答え）６cm
（２）ひし形の面積は対角線×もうひとつの対角線÷２で求められます。
12×８÷２＝48　（答え）48cm^2
（３）台形の面積は（上底＋下底）×高さ÷２で求めることができます。
（８＋下底）×10÷２＝100 ですから、下底の長さは
100×２÷10－８＝12cm になります。　（答え）12cm

（例題２）
右図のような平行四辺形 ABCD があります。
（１）図のアの角は何度ですか。
（２）平行四辺形 ABCD の面積を求めなさい。



（解説と解答）
（１）平行四辺形においてとなりあう角度の合計は 180°になります。
したがってアは 180―56＝124°になります。　（答え）124°

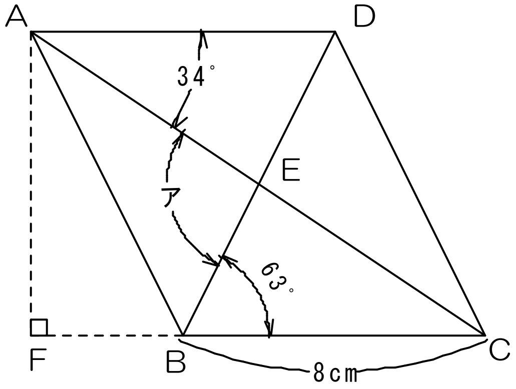
（２）底辺の長さが６cm、高さが５cm ですから６×５＝30cm² になります。　（答え）30 cm²

（緑板問題１）

右図のように平行四辺形 ABCD があります。このとき次の問いに答えなさい。

（１）図のアの角を求めなさい。

（２）平行四辺形の面積が 48cm^2 のとき、図の AF の長さを求めなさい。



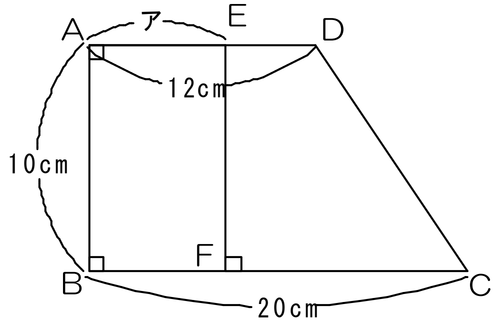
（式と考え方）

（1）（　　　　　　）（2）（　　　　　　）

（解説ノート）

（緑板問題２）

右図で四角形 ABCD は角 A、角 B が直角の台形です。
いま AB に平行な直線 EF でこの台形を同じ面積に分けるとすると、図のアの長さは何 cm になりますか。



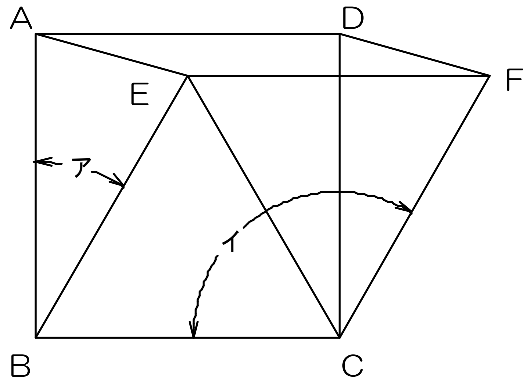
（式と考え方）

（　　　　　　　）cm

（解説ノート）

（緑板問題３）

右図で、四角形 ABCD は正方形で
四角形 BEFC はひし形です。
EC と CD の長さが等しいとき、
図のアとイの角度を求めなさい。



（式と考え方）

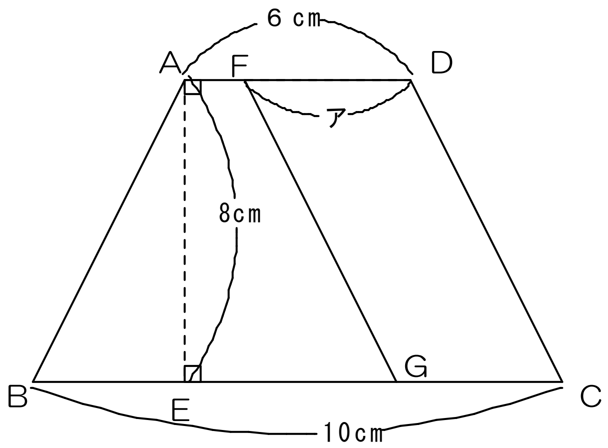
ア（　　　　　　　）　イ（　　　　　　　）

（解説ノート）

（緑板問題４）

右図のように台形 ABCD を直線 FG で等しい面積に分けたところ、四角形 FGCD は平行四辺形になりました。このとき図のアの長さは何 cm になりますか。

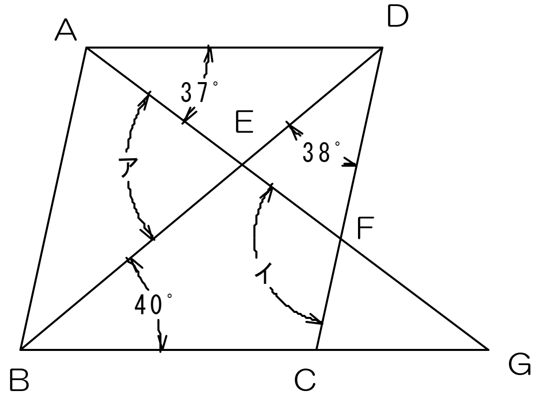
（式と考え方）



（　　　　　　）cm

（解説ノート）

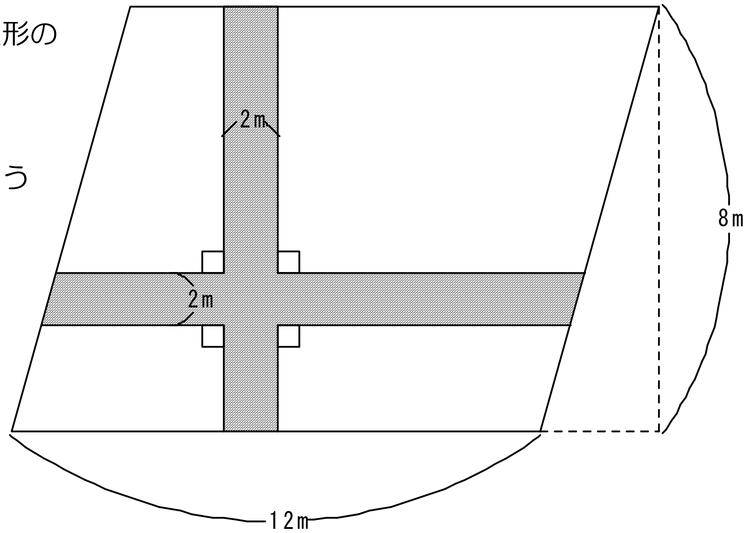
（緑板問題５）
右図で四角形 ABCD は平行
四辺形です。
図のアとイの角度を求めなさい。
（式と考え方）



ア（　　　　　　　）　イ（　　　　　　　）

（解説ノート）

（緑板問題６）
右図のような平行四辺形の土地があります。
ここに斜線部のような幅が２ｍの道を図のように作りました。
このとき、道以外の土地の面積は何m^2ですか。



（式と考え方）

（　　　　　　　）m^2

（解説ノート）

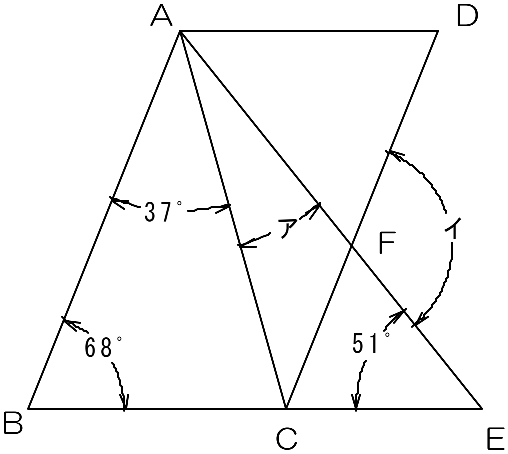
田中貴.net

4年生じっくり算数教室　　　　　　**第４回　図形の問題２**

（まとめのテスト）

１

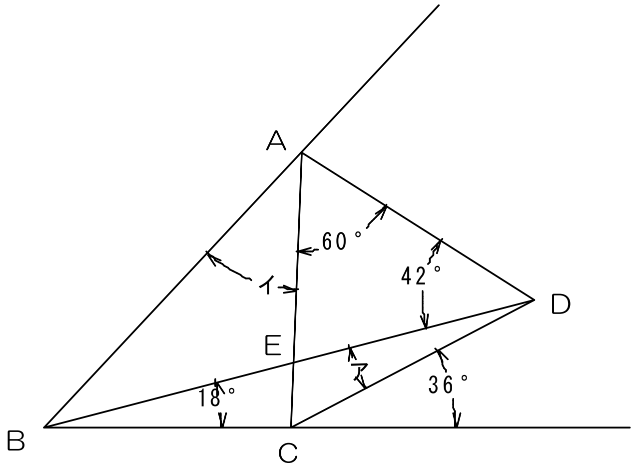
右図のように平行四辺形
ABCD と三角形 ABE が
あります。
図のアとイの角度を求めなさい。
（式と考え方）（各 10 点）



ア		イ	

２

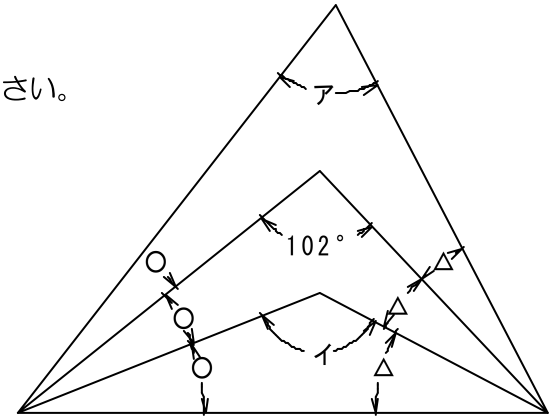
右図のアとイの角度を求めなさい。
（式と考え方）（各 10 点）



ア		イ	

３

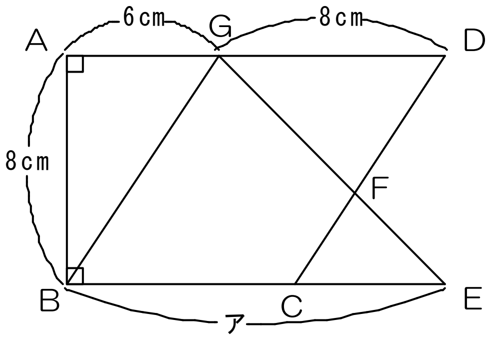
右図で○はすべて同じ角度、△もすべて同じ角度です。このとき図のアとイの角度を求めなさい。
（式と考え方）（各 10 点）



ア		イ	

４

右図のように台形 ABEG と平行四辺形 GBCD があります。
２つの四角形の面積が等しい時、図のアの長さは何 cm ですか。
（式と考え方）（20 点）



cm

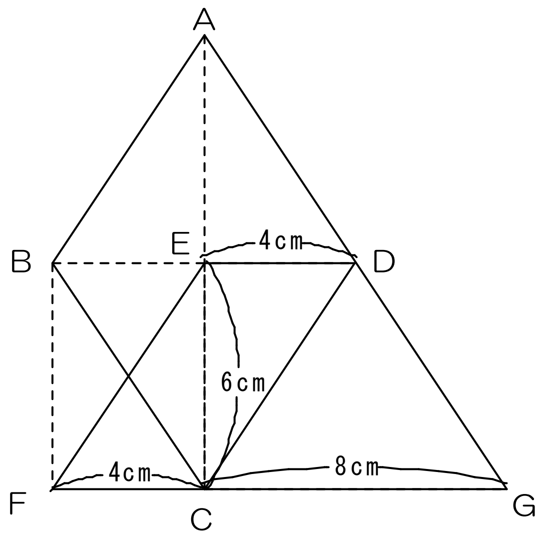
５

右図で四角形 ABCD はひし形、
四角形 EFCD は平行四辺形、
四角形 EDGC は台形です。
また AG は直線です。このとき
次の問いに答えなさい。

（１）ひし形 ABCD の面積を
求めなさい。（６点）

（２）台形 ECGD の面積を
求めなさい。（７点）

（３）ひし形 ABCD の面積は
平行四辺形 EFCD の何倍ですか。
（７点）



（式と考え方）

(1)		(2)		(3)	